Généralités sur les fonctions

Série 1 • Domaine, parité, comparaison et variations • Sans corrigé

Rappel Dénominateur $\neq 0$; sous une racine carrée, radicand ≥ 0. Pour la parité, vérifier d'abord la symétrie du domaine.

01 Domaines

Déterminer le domaine de : a) $\frac{3x-1}{x+2}$; b) $\sqrt{5-2x}$; c) $\frac{x+1}{x^2-9}$; d) $\sqrt{\frac{x-1}{x+2}}$.

02 Images et antécédents

Soit $f(x) = x^2 - 4x + 1$. Calculer $f(-1)$ et $f(3)$. Déterminer les antécédents de -3, puis ceux de 1.

03 Parité

Étudier la parité, en justifiant le domaine : a) $f(x) = 3x^2 - 5$; b) $g(x) = x^3 + x$; c) $h(x) = \frac{x}{x^2+1}$; d) $k(x) = \frac{1}{x-2}$.

04 Fonction et symétrie

On sait que f est paire et $f(3) = -2$. Donner, si possible, $f(-3)$. Même question si f est impaire. Faire un schéma de la symétrie correspondante.

05 Comparer deux fonctions

Sur $\mathbb{R}$, on pose $f(x) = x^2 + 2x$ et $g(x) = 3x + 4$. Résoudre $f(x) \leq g(x)$, puis interpréter le résultat comme une position relative des courbes.

06 Bornes

Montrer que $\frac{2x}{x^2+1} \leq 1$ pour tout réel x. La fonction est-elle majorée ? La borne 1 est-elle un maximum ? Justifier.

Suite Pour comparer deux courbes, étudier le signe de $f - g$ sur le domaine commun.

07 Minoration

Soit $f(x) = x^2 - 6x + 11$. Mettre f sous forme canonique, puis déterminer un minorant et le minimum de f. Dresser son tableau de variation.

08 Taux de variation

Soit $f(x) = 2x + 5$. Calculer $T(a, b)$ pour $a < b$, puis conclure sur les variations de f sur $\mathbb{R}$.

09 Racine carrée

Soit $f(x) = \sqrt{x+1}$. Déterminer son domaine. Pour $-1 \leq a < b$, simplifier $T(a, b)$ par rationalisation et étudier le signe. Conclure.

10 Étude complète

Soit $f(x) = x^2 - 2x - 3$. Déterminer les antécédents de 0, étudier le signe, mettre sous forme canonique, dresser le tableau de variation, puis préciser le minimum.

11 Comparer sur un intervalle

Soit $f(x) = x^2$ et $g(x) = 2x + 3$. Étudier le signe de $f(x) - g(x)$ sur $[-1, 4]$. En déduire les intervalles où C_f est au-dessus de C_g.

12 Paramètre et domaine

Pour $f_m(x) = \frac{x+1}{x^2-2x+m}$, déterminer les valeurs de m pour lesquelles le dénominateur ne s'annule pas sur $\mathbb{R}$. Interpréter le rôle du discriminant.

13 Majorant ou maximum ?

Soit $f(x) = \frac{x^2}{x^2+1}$. Montrer que $0 \leq f(x) < 1$. Dire si 0 est un minimum, si 1 est un maximum et si la fonction est bornée.

14 Lecture graphique

Tracer dans un même repère $f(x) = x^2 - 4$ et $g(x) = 2x - 1$ sur $[-3, 4]$. Lire leurs points d'intersection, comparer les deux fonctions et vérifier les abscisses en résolvant $f(x) = g(x)$.