ROYAUME DU MAROC

Correction

Baccalauréat Sciences & Technologie

Session : Rattrapage 2008

MATHÉMATIQUES

Exercice 1 : (3.0 pts)

1 pt

1 - Résolvons dans $\mathbb{C}$ l'équation $(E) : z^2 - 8z + 17 = 0$.

On a le discriminant de l'équation (E) est :

$$\Delta = (-8)^2 - 4 \times 17 = -4 = (2i)^2.$$

Donc l'équation (E) admet deux racines complexes et conjugués z_1 et z_2 :

$$z_1 = \frac{8-2i}{2} = 4 - i \text{ et } z_2 = \bar{z_1} = 4 + i.$$

D'où l'ensemble des solutions de l'équation (E) est :

$$\boxed{S = \{4 - i; 4 + i\}}.$$

0.75 pt

2 - a) Montrons que : $z' = -iz - 1 + 3i$.

puisque R est la rotation de centre Ω d'affixe $\omega = 1 + 2i$ et d'angle $\theta = \frac{3\pi}{2}$

Alors : $R(M) = M' \iff z' - \omega = (z - \omega)e^{\frac{3\pi}{2}i}$.

Or : $e^{\frac{3\pi}{2}i} = cos(\frac{3\pi}{2}) + isin(\frac{3\pi}{2}) = -i$

d'où : $R(M) = M' \iff z' = -i(z - \omega) + \omega$

$$\iff z' = -i(z - 1 - 2i) + 1 + 2i$$
$$\iff z' = -iz + i - 2 + 1 + 2i$$

Et par conséquent :

$$\boxed{z' = -iz - 1 + 3i} \qquad (1)$$

0.50 pt

b) Vérifions que $c = -i$ est l'affixe du point C image du point A par la rotation R.

On a : $R(A) = C \implies c = -ia - 1 + 3i \quad (a = 4 + i)$

$$\implies c = -i(4 + i) - 1 + 3i$$
$$\implies c = -4i + 1 - 1 + 3ii$$

Donc :

$$\boxed{c = -i} \qquad (2)$$

0.75 pt

c) ✓ **Montrons que :** $b - c = 2(a - c)$.

On a : $b = 8 + 3i$, $a = 4 + i$ et $c = -i$

Alors : $b - c = 8 + 3i + i$
$$= 8 + 4i$$
$$= 2(4 + 2i)$$
$$= 2(4 + i - (-i))$$

Et par conséquent :

$$\boxed{b - c = 2(a - c)} \qquad (3)$$

✓ **Déduisons que les points A, B et C sont alignés.**

D'après la question précédente on a : $b - c = 2(a - c)$

Donc $\frac{b-c}{a-c} = 2$

D'où $\frac{b-c}{a-c} \in \mathbb{R}$

Et par conséquent : les points A, B et C sont alignés.

Exercice 2 : (3.0 pts)

1 - Montrons que le centre de la sphère (S) est le point $I(2, 3, -1)$ et son rayon est égale à 3.

0.75 pt

Soit $M(x, y, z)$ un point de l'espace. On a :

$M \in (S) \iff x^2 + y^2 + z^2 - 4x - 6y + 2z + 5 = 0$

$$\iff (x^2 - 4x) + (y^2 - 6y) + (z^2 + 2z) + 5 = 0$$
$$\iff (x - 2)^2 - 4 + (y - 3)^2 - 9 + (z + 2)^2 - 4 + 5 = 0$$
$$\iff (x - 2)^2 - 4 + (y - 3)^2 - 9 + (z + 1)^2 - 1 + 5 = 0$$
$$\iff (x - 2)^2 + (y - 3)^2 + (z + 1)^2 = 9$$

Donc le centre de la sphère (S) est le point $I(2,3,-1)$ et son rayon est égale à 3.

2 - a) Montrons que la distance du point I au plan $(\mathcal{P})$ est $\sqrt{6}$.

0.50 pt

On a : $I(2,3,-1)$ et $(\mathcal{P}) : x+2y+z-1=0$// On pose $d(I;(\mathcal{P}))$ la distance du point I au plan $(\mathcal{P})$.

$$\begin{aligned}\text{Alors : } d(I;(\mathcal{P})) &= \frac{|x_I+2y_I+z_I-1|}{\sqrt{1^2+2^2+1^2}} \\ &= \frac{|2+2\times 3-1-1|}{\sqrt{6}} \\ &= \frac{|6|}{\sqrt{6}}\end{aligned}$$

Et par conséquent la distance du point I au plan $(\mathcal{P})$ est :

$$\boxed{d(I;(\mathcal{P})) = \sqrt{6}} \tag{4}$$

b) Déduisons que le plan $(\mathcal{P})$ coupe la sphère (S) suivant un cercle (Γ) de rayon égale à $\sqrt{6}$.

0.75 pt

On a $d = d(I;(\mathcal{P})) = \sqrt{6}$ et le rayon de la sphère (S) est $R = 3$

Donc $d(I;(\mathcal{P})) \leq R$

D'où le plan $(\mathcal{P})$ coupe la sphère (S) suivant un cercle (Γ) de rayon r

Avec $r = \sqrt{R^2-d^2} = \sqrt{9-6}$ c.à.d

$$\boxed{r = \sqrt{3}}$$

3 - a) Déterminons une représentation paramétrique de la droite (D) passant par le point I et perpendiculaire au plan $(\mathcal{P})$

0.50 pt

Puisque la droite (D) est perpendiculaire au plan $(\mathcal{P})$. Alors le vecteur $\vec{n}(1;2;1)$ un vecteur normal au plan $(\mathcal{P})$ est aussi un vecteur directeur de la droite (D).

Or le droite (D) passe par le point I. Donc la droite (D) est la droite passant par le point I et de vecteur directeur le vecteur $\vec{n}(1;2;1)$.

D'où une représentation paramétrique de la droite (D) est le système :

$$(D) : \begin{cases} x &= x_I + x_{\vec{n}}t \\ y &= y_I + y_{\vec{n}}t \quad (t \in \mathbb{R}) \\ z &= z_I + z_{\vec{n}}t \end{cases}$$

c.à.d :

$$\boxed{(D) : \begin{cases} x &= 2+t \\ y &= 3+2t \quad (t \in \mathbb{R}) \\ z &= -1+t \end{cases}}$$

b) Montrons que le centre du cercle (Γ) est le point $H(1;1;-2)$

0.50 pt

Le point H le centre du cercle (Γ) est le projeté orthogonale du point I sur le plan $(\mathcal{P})$.

Donc le point H est le point d'intersection de la droite (D) et le plan $(\mathcal{P})$.

D'où :

$$H \in (D) \cap (\mathcal{P}) \iff \begin{cases} x_H = 2 + t \\ y_H = 3 + 2t \\ z_H = -1 + t \\ x_H + 2y_H + z_H - 1 = 0 \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$$

$$\implies \begin{cases} x_H = 2 + t \\ y_H = 3 + 2t \\ z_H = -1 + t \\ (2 + t) + 2(3 + 2t) + (-1 + t) - 1 = 0 \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$$

$$\implies \begin{cases} x_H = 2 + t \\ y_H = 3 + 2t \\ z_H = -1 + t \\ t = -1 \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$$

$$\implies \begin{cases} x_H = 1 \\ y_H = 1 \\ z_H = -2 \end{cases}$$

Et par conséquent le point $H(1; 1; -2)$ est le centre du cercle (Γ).

Exercice 3 : (3.0 pts)

Soit Ω l'univers des possibilités de cette expérience. Un tirage successive et sans remise de trois boules de la boite contenant sept boules, est un arrangement de trois éléments parmi sept éléments.

Donc $card(\Omega) = A_7^3 = 210$.

1 - Déterminons la probabilité d'avoir trois boules blanches

1 pt

Soit A l'événement d'avoir trois boules blanches.

Un tirage successive et sans remise de trois boules blanches est un arrangement de trois éléments parmi trois éléments.

Donc $card(A) = A_4^3 = 24$. Et puisqu'on a les boules sont indiscernables au toucher alors l'hypothèse d'équiprobabilité est vérifié et par conséquent : $P(A) = \frac{card(A)}{card(\Omega)}$. d'où

$$\boxed{P(A) = \frac{4}{35}}.$$

2 - Montrons que la probabilité d'avoir trois boules de même couleurs est $\frac{1}{7}$

1 pt

Soit B l'événement d'avoir trois boules de même couleurs.

Un tirage de trois boules de même couleurs est un tirage de trois boules blanches ou de trois boules rouges. Donc $card(B) = A_4^3 + A_3^3 = 30$. Alors :$P(B) = \frac{card(B)}{card(\Omega)}$. d'où :

$$\boxed{P(B) = \frac{1}{7}}$$

.

3 - Déterminons la probabilité d'avoir au moins une boule blanche

1 pt Soit C l'événement d'avoir au moins une boule blanche.

On a $\bar{C}$ est l'événement contraire de l'événement C. c.à.d l'événement d'avoir trois boules rouges.

D'où $card(\bar{C}) = A_3^3 = 6$. Donc $P(\bar{C}) = \frac{card(\bar{C})}{card(\Omega)} = \frac{1}{35}$.

Or $P(C) = 1 - P(\bar{C})$. Alors :

$$\boxed{P(C) = \frac{34}{35}}.$$

Exercice 4 : (3.0 pts)

1 - Montrons par récurrence que pour tout n de $\mathbb{N}$: $u_n > 1$

1 pt ✓ **Initialisation** : Pour $n = 0$; on a $u_0 = 2$, donc $u_0 > 1$.

✓ **Hérédité** : Soit $n \in \mathbb{N}$, supposons que $u_n > 1$ et montrons que $u_{n+1} > 1$.

$$\begin{aligned} \text{On a : } u_{n+1} - 1 &= \frac{5u_n}{2u_n + 3} - 1 \\ &= \frac{5u_n - 2u_n - 3}{2u_n + 3} \\ &= \frac{3u_n - 3}{2u_n + 3} \end{aligned}$$

Donc :

$$u_{n+1} - 1 = \frac{3(u_n - 1)}{2u_n + 3}$$

D'après l'hypothèse de la récurrence on a $u_n > 1$ donc $u_n - 1 > 0$ et $2u_n + 3 > 0$.

Alors $\frac{3(u_n-1)}{2u_n+3} > 0$. c.à.d $u_{n+1} - 1 > 0$. Donc $u_{n+1} > 1$.

1 pt ✓ **Conclusion** : D'après le principe de la récurrence pour tout n de $\mathbb{N}$ $u_n > 1$.

2 - a) ✓ Montrons que la suite (v_n) est une suite géométrique de raison $q = \frac{3}{5}$.

Soit $n \in \mathbb{N}$.

On a $v_n = \dfrac{u_n - 1}{u_n}$ et $u_{n+1} - 1 = \frac{3(u_n-1)}{2u_n+3}$

$$\begin{aligned} \text{Donc : } v_{n+1} &= \frac{u_{n+1} - 1}{u_{n+1}} \\ &= \frac{\frac{3(u_n-1)}{2u_n+3}}{\frac{5u_n}{2u_n+3}} \\ &= \frac{3(u_n-1)}{5u_n} \end{aligned}$$

Donc :

$$(\forall n \in \mathbb{N}) \quad u_{n+1} = \frac{3}{5}v_n$$

D'où la suite (v_n) est une suite géométrique de raison $q = \frac{3}{5}$.

✓ **Écrivons v_n en fonction de n.**

Soit $n \in \mathbb{N}$.

Puisque la suite (v_n) est une suite géométrique de raison $q = \frac{3}{5}$.

Alors $v_n = v_0 q^n = \dfrac{u_0 - 1}{u_0}(\frac{3}{5})^n$

Donc

$$\boxed{(\forall n \in \mathbb{N}) \quad v_n = \frac{1}{2}(\frac{3}{5})^n}$$

1 pt

b) ✓ **Montrons que pour tout n de $\mathbb{N}$ $u_n = \frac{2}{2-(\frac{3}{5})^n}$.**

Soit $n \in \mathbb{N}$.

On a :

$$\begin{aligned} v_n = \frac{u_n - 1}{u_n} &\iff v_n = 1 - \frac{1}{u_n} \\ &\iff \frac{1}{u_n} = 1 - v_n \\ &\iff u_n = \frac{1}{1 - v_n} \quad (v_n = \tfrac{1}{2}(\tfrac{3}{5})^n) \\ &\iff u_n = \frac{1}{1 - \frac{1}{2}(\frac{3}{5})^n} \end{aligned}$$

En multipliant le numérateur et le dénominateur par 2 on obtient :

$$\boxed{(\forall n \in \mathbb{N}) \quad u_n = \frac{2}{2-(\frac{3}{5})^n}}$$

✓ **Déterminons la limite de la suite (u_n).**

On a $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = \lim\limits_{n\to+\infty} \left(\dfrac{2}{2 - (\frac{3}{5})^n}\right)$

Donc

$$\boxed{\lim_{n\to+\infty} u_n = 1}$$

Car $\lim\limits_{n\to+\infty} \left(\dfrac{3}{5}\right)^n = 0$ comme $-1 < \frac{3}{5} < 1$.

Exercice 5 : (8.0 pts)

Partie I

1 pt

1 - ✓ Calculons $g'(x)$ pour tout x de $\mathbb{R}$

Puisque $x \longmapsto 2x$ est une fonction dérivable sur $\mathbb{R}$, donc $x \longmapsto 2x$ et $x \longmapsto e^{2x}$ sont deux fonctions dérivables sur $\mathbb{R}$. Alors la fonction g est dérivable sur $\mathbb{R}$.

Et pour tout $x \in \mathbb{R}$:

$$\begin{aligned} g'(x) &= (\mathrm{e}^{2x} - 2x)' \\ &= (\mathrm{e}^{2x})' - (2x)' \\ &= (2x)'\,\mathrm{e}^{2x} - 2 \\ &= 2\mathrm{e}^{2x} - 2 \end{aligned}$$

Donc

$$\boxed{(\forall x \in \mathbb{R}) \quad g'(x) = 2\,(\mathrm{e}^{2x} - 1)}$$

✓ Montrons que la fonction g est croissante sur $[0;+\infty[$ et décroissante sur $]-\infty;0]$.

Soit $x \in \mathbb{R}$. On a :

$$\begin{array}{rcl|rcl} g'(x) = 0 & \iff & \mathrm{e}^{2x} - 1 = 0 & g'(x) \geq 0 & \iff & \mathrm{e}^{2x} - 1 \geq 0 \\ & \iff & \mathrm{e}^{2x} = 1 & & \iff & \mathrm{e}^{2x} \geq 1 \\ & \iff & 2x = 0 & & \iff & 2x \geq 0 \\ & \iff & x = 0 & & \iff & x \geq 0 \end{array}$$

Alors le tableau de signe de $g'(x)$ sur $\mathbb{R}$ est :

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	0	$+$	

Et par conséquent la fonction g est croissante sur $[0;+\infty[$ et décroissante sur $]-\infty;0]$.

2 - Déduisons que $g'(x) > 0$ pour tout x de $\mathbb{R}$

0.75 pt

D'après la question précédente, le tableau de variations de le fonction g est :

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	0	$+$	
g	$\searrow$		$g(0)$		$\nearrow$

D'après le tableau de variations de la fonction g, $g(0)$ est une valeur maximale de g sur $\mathbb{R}$.

D'où pour tout x de $\mathbb{R}$ $g(x) \geq g(0)$.

Or $g(0) = \mathrm{e}^{2\times 0} - 2 \times 0 = 1$, donc $g(0) > 0$.

Et par conséquent $g'(x) > 0$ pour tout x de $\mathbb{R}$.

Partie II

1 - a) Montrons que $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = +\infty$ **0.50 pt**

On a :

$$\begin{aligned}\lim_{x\to-\infty} \mathrm{e}^{2x} - 2x &= \lim_{t\to-\infty} \mathrm{e}^{t} - t \quad \text{(en posant } t = 2x\text{)}\\ &= +\infty\end{aligned}$$

Car : $\lim\limits_{t\to-\infty} \mathrm{e}^{t} = 0$ et $\lim\limits_{t\to-\infty} t = -\infty$.

Donc :

$$\begin{aligned}\lim_{x\to-\infty} f(x) &= \lim_{x\to-\infty} \ln\left(\mathrm{e}^{2x} - 2x\right) \quad \text{(en posant } X = \mathrm{e}^{2x} - 2x\text{)}\\ &= \lim_{X\to+\infty} \ln X\end{aligned}$$

Et par conséquent :

$$\boxed{\lim_{x\to-\infty} f(x) = +\infty}$$

b) Montrons que $\frac{f(x)}{x} = \left(\frac{\mathrm{e}^{2x}}{x} - 2\right)\frac{\ln\left(\mathrm{e}^{2x} - 2x\right)}{\mathrm{e}^{2x} - 2x}$ **pour tout** x **de** $\mathbb{R}^*$ Soit $x \in \mathbb{R}$. **0.25 pt**

$$\begin{aligned}\frac{f(x)}{x} &= \ln\left(\mathrm{e}^{2x} - 2x\right)\\ \text{On a :} \quad &= \frac{\mathrm{e}^{2x} - 2x}{x} \times \frac{\ln\left(\mathrm{e}^{2x} - 2x\right)}{\mathrm{e}^{2x} - 2x}\\ &= \left(\frac{\mathrm{e}^{2x}}{x} - \frac{2x}{x}\right) \times \frac{\ln\left(\mathrm{e}^{2x} - 2x\right)}{\mathrm{e}^{2x} - 2x}\end{aligned}$$

Donc :

$$\boxed{(\forall x \in \mathbb{R}^*) \quad \frac{f(x)}{x} = \left(\frac{\mathrm{e}^{2x}}{x} - 2\right)\frac{\ln\left(\mathrm{e}^{2x} - 2x\right)}{\mathrm{e}^{2x} - 2x}}$$

c) Montrons que $\lim\limits_{x\to-\infty} \frac{f(x)}{x} = 0$ **0.50 pt**

On a :

$$\lim_{x\to-\infty} \frac{\ln\left(\mathrm{e}^{2x} - 2x\right)}{\mathrm{e}^{2x} - 2x} = \lim_{x\to-\infty} \frac{\ln(X)}{X} = 0 \quad \text{(en posant } X = \mathrm{e}^{2x} - 2x\text{)}$$

Et :

$$\lim_{x\to-\infty} \frac{\mathrm{e}^{2x}}{x} = \lim_{x\to-\infty} 2\frac{\mathrm{e}^{t}}{t} = 0 \quad \text{(en posant } t = 2x\text{)}$$

Car : $\lim\limits_{t\to-\infty} \mathrm{e}^{t} = 0$ et $\lim\limits_{t\to-\infty} t = -\infty$.

Donc : $\lim\limits_{x\to-\infty} \left(\frac{\mathrm{e}^{2x}}{x} - 2\right) = -2$

Comme : $(\forall x \in \mathbb{R}^*)$ $\frac{f(x)}{x} = \left(\frac{\mathrm{e}^{2x}}{x} - 2\right)\frac{\ln\left(\mathrm{e}^{2x} - 2x\right)}{\mathrm{e}^{2x} - 2x}$

Alors :

$$\boxed{\lim_{x\to-\infty} \frac{f(x)}{x} = 0}$$

d) Déterminons la branche parabolique de la courbe $(\mathcal{C})$ au voisinage de $-\infty$

0.25 pt On a : $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = +\infty$ et $\lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{f(x)}{x} = 0$.

Alors la courbe $(\mathcal{C})$ de la fonction f admet une branche parabolique de direction l'axe des abscisses au voisinage de $-\infty$.

0.75 pt

2 - a) ✓ Vérifions que $1 - \frac{2x}{e^{2x}} > 0$ pour tout x de $[0;+\infty[$

Soit $x \in [0;+\infty[$.

On a :

$$\begin{aligned} 1 - \frac{2x}{e^{2x}} &= \frac{e^{2x} - 2x}{e^{2x}} \\ &= \frac{g(x)}{e^{2x}} \end{aligned}$$

Or, d'après la première partie question 1- a on a $g(x) > 0$ et on sait que $e^{2x} > 0$.

Alors :

$$\boxed{(\forall x \in [0;+\infty[) \quad 1 - \frac{2x}{e^{2x}} > 0}$$

✓ Vérifions que $f(x) = 2x + ln\left(1 - \frac{2x}{e^{2x}}\right)$ pour tout x de $[0;+\infty[$

Soit $x \in [0;+\infty[$.

On a :

$$\begin{aligned} f(x) &= \ln\left(e^{2x} - 2x\right) \\ &= \ln\left[e^{2x}\left(1 - \frac{2x}{e^{2x}}\right)\right] \quad \left(1 - \frac{2x}{e^{2x}} > 0 \text{ et } e^{2x} > 0\right) \\ &= \ln e^{2x} + \ln\left(1 - \frac{2x}{e^{2x}}\right) \quad (\ln e^{2x} = 2x) \end{aligned}$$

Donc :

$$\boxed{(\forall x \in [0;+\infty[) \quad f(x) = 2x + ln\left(1 - \frac{2x}{e^{2x}}\right)}$$

b) Déduisons que $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$

0.50 pt On a :

$$\begin{aligned} \lim_{x\to+\infty} \frac{2x}{e^{2x}} &= \lim_{x\to+\infty} \frac{1}{\frac{e^{2x}}{2x}} \\ &= \lim_{t\to+\infty} \frac{1}{\frac{e^t}{t}} \quad \left(\text{en posant } t = 2x \text{ et on a } \lim_{t\to+\infty} \frac{e^t}{t} = +\infty\right) \\ &= 0 \end{aligned}$$

D'où :

$$\lim_{x\to+\infty} 1 - \frac{2x}{e^{2x}} = 1$$

Et en posant $t = 1 - \frac{2x}{e^{2x}}$ on trouve :

$$\lim_{x\to+\infty} \ln\left(1 - \frac{2x}{e^{2x}}\right) = \lim_{t\to1} \ln t = \ln(1) = 0$$

Comme :

$$\lim_{x\to+\infty} 2x = +\infty$$

D'où :

$$\boxed{\lim_{x\to+\infty} f(x) = +\infty}$$

c) Montrons que la droite (D) d'équation $y = 2x$ est une asymptote oblique de la courbe $(\mathcal{C})$ au voisinage de $+\infty$

0.50 pt

On a :

$$\lim_{x\to+\infty} f(x) - 2x = \lim_{x\to+\infty} \ln\left(1 - \frac{2x}{e^{2x}}\right) = 0$$

0.75 pt

Alors la droite (D) d'équation $y = 2x$ est une asymptote oblique de la courbe $(\mathcal{C})$ au voisinage de.

d) ✓ Montrons que $f(x) - 2x \leq 0$ pour tout x de $[0; +\infty[$

Soit $x \in [0; +\infty[$

On a :

$$\begin{aligned} 2x \geq 0 \text{ et } e^{2x} > 0 &\implies \frac{2x}{e^{2x}} \geq 0 \\ &\implies 1 - \frac{2x}{e^{2x}} \leq 1 \\ &\implies \ln\left(1 - \frac{2x}{e^{2x}}\right) \leq 0 \end{aligned}$$

Or : $f(x) - 2x = \ln\left(1 - \frac{2x}{e^{2x}}\right)$

Donc :

$$\boxed{(\forall x \in [0; +\infty[)\ f(x) - 2x \leq 0}$$

✓ Déduisons la position relative de la droite (D) et la courbe $(\mathcal{C})$ sur $[0; +\infty[$.

On a : $(\forall x \in [0; +\infty[)\ f(x) - 2x \leq 0$

c.à.d : $(\forall x \in [0; +\infty[)\ f(x) \leq 2x$

Donc la courbe $(\mathcal{C})$ est au-dessous de la droite (D) sur $[0; +\infty[$.

3 - a) Montrons que $f'(x) = \frac{2\left(e^{2x}-1\right)}{g(x)}$ pour tout x de $\mathbb{R}$

0.75 pt

Puisque $g : x \longmapsto e^{2x} - 2x$ est une fonction dérivable et strictement positive sur $\mathbb{R}$.Alors la fonction f est dérivable sur $\mathbb{R}$.(Comme composé d'une fonction dérivable sur $\mathbb{R}$ et la fonction ln)

Et pour tout $x \in \mathbb{R}$. On a :

$$\begin{aligned} f'(x) &= \left(\ln\left(g(x)\right)\right)' \\ &= \frac{g'(x)}{g(x)} \end{aligned}$$

Donc :

$$\boxed{(\forall x \in \mathbb{R})\ f'(x) = \frac{2\left(e^{2x}-1\right)}{g(x)}}$$

0.50 pt

b) ✓ Étudions le signe de $f'(x)$ sur $\mathbb{R}$

Soit $x \in \mathbb{R}$. On a $f'(x) = \frac{g'(x)}{g(x)}$. Puisque $g(x) > 0$ alors le signe de $f'(x)$ est celui de $g'(x)$. Or $f'(x) = 0 \iff g'(x) = 0 \iff x = 0$ et d'après la Partie I Question 1, on a le

tableau de signe de $f'(x)$ sur $\mathbb{R}$ est :

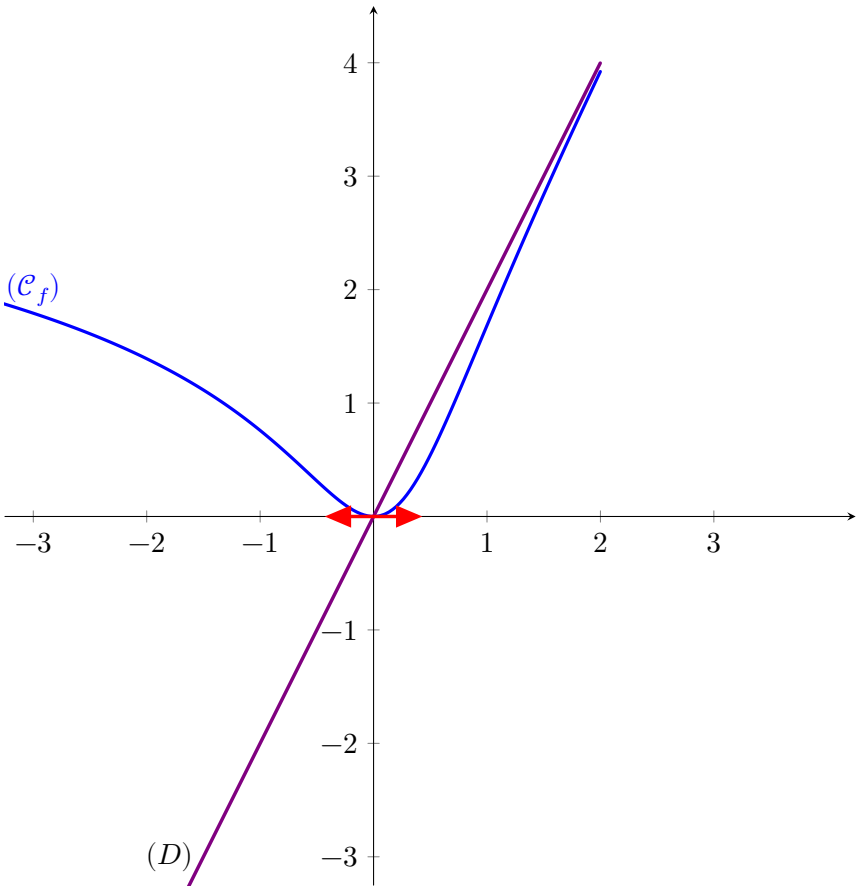
x	$-\infty$		0		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	

✓ **Donnons le tableau de variations de la fonction f**

Le tableau de variations de la fonction f est :

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
f	$+\infty$	↘	0	↗	$+\infty$

1 pt **4 - Construisons de la courbe $(\mathcal{C})$ et de la droite (D)**



FIN