ROYAUME DU MAROC

Correction

Baccalauréat Sciences Expérimentales

Session : NORMAL 2017

MATHÉMATIQUES

Exercice 1 : (3 pts)

Dans l'espace rapporté à un repère orthonormé direct $\left(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$, on considère le plan (P) pasant par le point $A(0,1,1)$ et dont $\vec{u}(1;0;-1)$ est un vecteur normal et la sphère (S) de centre le point $\Omega(0;1;-1)$ et de rayon $\sqrt{2}$.

0.5 pt **1 - a)** Montrons que $x-z+1=0$ est une équation cartésienne du plan (P) .

On a (P) est le plan pasant par le point $A(0,1,1)$ et dont $\vec{u}(1;0;-1)$ est un vecteur normal alors une équation cartésienne du plan (P) est de la forme :

$$(P):\ 1\times x+0\times y-1\times z-(1\times 0+0\times 1-1\times 1)=0$$

D'où $$(P):\ x-z+1=0$$

Ainsi $x-z+1=0$ est une équation cartésienne du plan (P)

0.75 pt **b)** Montrons que le plan (P) est tangent à la sphère (S)

• Calculons la distance entre (P) et Ω le centre de (S), on a

$$d(\Omega,(P))=\frac{|x_\Omega-z_\Omega+1|}{\left\|\overrightarrow{u}\right\|}=\frac{|0-(-1)+1|}{\sqrt{1^2+(-1)^2}}=\frac{2}{\sqrt{2}}=\sqrt{2}$$

Donc $d(\Omega,(P))$ est égale au rayon de (S)

D'où le plan (P) est tangent à la sphère (S)

• Vérifions que $B(-1;1;0)$ est le point de contact.

On a $(P):\ x-z+1=0$ et $-1-0+1=0$

Donc $B(-1;1;0)\in(P)$

D'autre part on a $\Omega B=\sqrt{(-1-0)^2+(1-1)^2+(0+1)^2}=\sqrt{1+1}=\sqrt{2}$

D'où $B\in(S)$

Ainsi $B(-1;1;0)$ est le point de contact entre (P) et (S)

2 - a) Déterminons une représentation paramétrique de la droite (Δ) passante par le point A et orthogonale au plan (P).

0,25 pt

On a $\overrightarrow{u}(1,0,-1)$ est normal à (P) et $(P)\perp(\Delta)$, alors $\overrightarrow{u}$ est un vecteur directeur de (Δ) de plus (Δ) passe par $A(0,1,1)$

Donc une représentation paramétrique de la droite (Δ) est $\begin{cases} x=t \\ y=1 \\ z=1-t \end{cases}$; $t\in\mathbb{R}$.

0,75 pt **b)** Montrons que la droite (Δ) est tangent à la sphère (S) au point $C(1;1;0)$.

Il suffit de monter que $C\in(\Delta)$,$\Omega C=\sqrt{2}$ et $\overrightarrow{\Omega C}.\overrightarrow{u}=0$.

- On a : $\begin{cases} 1 &= t \\ 1 &= 1 \\ 0 &= 1-t \end{cases} \Longrightarrow t=1 \Longrightarrow C(1,1,0)\in(\Delta)$
- On a $\Omega C=\sqrt{(1-0)^2+(1-1)^2+(0+1)^2}=\sqrt{1+1}=\sqrt{2}$, donc $C\in(S)$
- On a $\overrightarrow{\Omega C}(1,0,1)$ et $\overrightarrow{u}(1,0,-1)$, alors

$$\overrightarrow{\Omega C}.\overrightarrow{u}=1\times1+0\times0-1\times1=1-1=0$$

D'où la droite (Δ) est tangent à la sphère (S) au point $C(1;1;0)$

0,75 pt **3 -** Montrons que : $\overrightarrow{OC}\wedge\overrightarrow{OB}=2\vec{k}$ et en déduire l'aire du triangle OCB .

On a $\overrightarrow{OB}(-1,1,0)$ et $\overrightarrow{OC}(1;1;0)$

$$\begin{aligned}\text{Donc : } \overrightarrow{OC}\wedge\overrightarrow{OB} &= \begin{vmatrix}1 & 1\\ 0 & 0\end{vmatrix}\vec{i}-\begin{vmatrix}1 & -1\\ 0 & 0\end{vmatrix}\vec{j}+\begin{vmatrix}1 & -1\\ 1 & 1\end{vmatrix}\vec{k}\\ &= 0\vec{i}-0\vec{j}+(1\times1-1\times(-1))\vec{k}\\ &= 2\vec{k}\end{aligned}$$

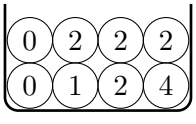
Alors $\overrightarrow{OC}\wedge\overrightarrow{OB}=2\vec{k}$

L'aire S_{OBC} du triangle OBC est

$$S_{OBC}=\tfrac{1}{2}\left\|\overrightarrow{OC}\wedge\overrightarrow{OB}\right\|=\tfrac{1}{2}\left\|2\vec{k}\right\|=\tfrac{2}{2}=1$$

Exercice 2 : (3 pts)

Une urne contient huit boules indiscernables au toucher portant chacune un nombre comme indiqué sur la figure ci-contre.



On tire au hasard, simultanément, trois boules de l'urne.

1,5 pt **1 -** On a A l'événement : ≪ Parmi les trois boules tirées , aucune ne porte le nombre 0 ≫

et B l'événement :≪le produit des nombres portés par les trois boules tirées est égale à 8≫

Montrons que : $p(A)=\frac{5}{14}$ et que : $p(B)=\dfrac{1}{7}$.

Comme les boules sont indiscernables et le tirage se fait au hasard, alors on a l'hypothèse d'équiprobabilité.

Pour que A soit réalisé on doit tirer trois boules parmi les six boules qui ne portent pas le nombre 0, donc :

$$p(A) = \frac{card(A)}{card(\Omega)} = \frac{C_6^3}{C_8^3} = \frac{\frac{6\times5\times4}{3!}}{\frac{8\times7\times6}{3!}} = \frac{6\times5\times4}{8\times7\times6} = \frac{5}{14}$$

Pour que B soit réalisé on doit tirer trois boules parmi les quatre boules qui portent le nombre 2 ou trois boules portent les nombres 1,2,4. Donc :

$$p(B) = \frac{card(B)}{card(\Omega)} = \frac{C_4^3+C_1^1\times C_4^1\times C_1^1}{C_8^3} = \frac{4+4}{\frac{8\times7\times6}{3!}} = \frac{8}{8\times7} = \frac{1}{7}$$

2 - On a X le variable aléatoire qui à chaque tirage associe le produit des nombres portés par les trois boules tirées.

0.5 pt **a)** Montrons que : $p(X=16) = \dfrac{3}{28}$.

On a $2\times2\times4 = 16$, alors :

$$p(X=16) = \frac{card(X=16)}{card(\Omega)} = \frac{C_4^2\times C_1^1}{C_8^3} = \frac{6}{8\times7} = \frac{3}{28}$$

1 pt **b)** Calculons $p(X=0)$, $p(X=4)$ et $p(X=8)$

On a $p(X=8) = p(B) = \frac{1}{7}$

et $2\times2\times1 = 4$, donc $p(X=4) = p(X=16) = \frac{3}{28}$

l'événement $(X=0)$ signifie qu'au moins une boules porte le nombre 0, donc $(X=0) = \bar{A}$

Alors $p(X=0) = 1 - p(A) = 1 - \frac{5}{14} = \frac{9}{14}$

(Autres manières : $p(X=0) = 1 - p(X=4) - p(X=8) - p(X=16) = \frac{28-3-4-3}{28} = \frac{18}{28} = \frac{9}{14}$

et $p(X=0) = \frac{C_2^1\times C_6^2+C_2^2\times C_6^1}{C_8^3} = \frac{18}{28} = \frac{9}{14}$)

Donc le tableau de la loi de X est :

x_i	0	4	8	16
$p(X=x_i)$	$\frac{9}{14}$	$\frac{3}{28}$	$\frac{1}{7}$	$\frac{3}{28}$

Exercice 3 : (3 pts)

On considère les nombres complexes a et b tels que : $a = \sqrt{3}+i$ et $b = \sqrt{3}-1+(\sqrt{3}+1)i$

0.25 pt **1 - a)** Vérifions que $b = (1+i)a$.

On a $(1+i)a = (1+i)(\sqrt{3}+i) = \sqrt{3}+i+i\sqrt{3}-1 = \sqrt{3}-1+(\sqrt{3}+1)i = b$

D'où $b = (1+i)a$

0.5 pt **b)** Déduisons que $|b| = 2\sqrt{2}$ et que $\arg b \equiv \dfrac{5\pi}{12}[2\pi]$

On a :

- $|b| = |(1+i)a| = |1+i|\,|a| = \sqrt{1^2+1^2}\sqrt{\sqrt{3}^2+1^2} = \sqrt{2}\times 2 = 2\sqrt{2}$
- $1+i = \sqrt{2}\left(\frac{\sqrt{2}}{2}+\frac{\sqrt{2}}{2}i\right) = \sqrt{2}\left(\cos\left(\frac{\pi}{4}\right)+i\sin\left(\frac{\pi}{4}\right)\right) = \left[\sqrt{2};\frac{\pi}{4}\right]$
- $a = \sqrt{3}+i = 2\left(\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2}i\right) = 2\left(\cos\left(\frac{\pi}{6}\right)+i\sin\left(\frac{\pi}{6}\right)\right) = \left[2;\frac{\pi}{6}\right]$

D'où $b = (1+i)a = \left[\sqrt{2};\frac{\pi}{4}\right]\times\left[2;\frac{\pi}{6}\right] = \left[2\sqrt{2};\frac{\pi}{4}+\frac{\pi}{6}\right] = \left[2\sqrt{2};\frac{5\pi}{12}\right]$

Ainsi $\arg(b) \equiv \frac{5\pi}{12}[2\pi]$

0.5 pt **c)** Déduisons de ce qui précède que : $\cos\left(\dfrac{5\pi}{12}\right) = \dfrac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$

On a :

- $b = \sqrt{3}-1+(\sqrt{3}+1)i$
- $b = 2\sqrt{2}\left(\cos\left(\frac{5\pi}{12}\right)+i\sin\left(\frac{5\pi}{12}\right)\right) = 2\sqrt{2}\cos\left(\frac{5\pi}{12}\right)+2\sqrt{2}\sin\left(\frac{5\pi}{12}\right)i$

D'où $2\sqrt{2}\cos\left(\frac{5\pi}{12}\right) = \sqrt{3}-1$

Ainsi $\cos\left(\frac{5\pi}{12}\right) = \frac{\sqrt{3}-1}{2\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$

0.75 pt **2 - a)** Vérifions que : $c = ia$ et en déduire que $OA = OC$ et que $\left(\overrightarrow{OA},\overrightarrow{OC}\right) \equiv \dfrac{\pi}{2}[2\pi]$.

- On a $ia = i(\sqrt{3}+i) = i\sqrt{3}-1 = -1+i\sqrt{3} = c$

D'où $c = ia$

- On a $OC = |c| = |ia| = |i|\,|a| = 1\,|a| = OA$

Ainsi $OA = OC$

- On a $\left(\overrightarrow{OA},\overrightarrow{OC}\right) \equiv \arg\left(\frac{c}{a}\right)[2\pi] \equiv \arg\left(\frac{ia}{a}\right)[2\pi] \equiv \arg(i)[2\pi] \equiv \frac{\pi}{2}[2\pi]$

Ainsi $\left(\overrightarrow{OA},\overrightarrow{OC}\right) \equiv \frac{\pi}{2}[2\pi]$

0.5 pt **b)** Montrons que le point B est l'image du point A par la translation de vecteur $\overrightarrow{OC}$.

Soit $A'(a')$ l'image du point A par la translation de vecteur $\overrightarrow{OC}$

Alors $a' = a+c = a+ia = (1+i)a = b$

D'où le point B est l'image du point A par la translation de vecteur $\overrightarrow{OC}$

0.5 pt **c)** Déduisons que le quadrilatère $OABC$ est un carré.

- Comme le point B est l'image du point A par la translation de vecteur $\overrightarrow{OC}$

Alors $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OC}$

- D'autre part on a $OA = OC$ et $\left(\overrightarrow{OA},\overrightarrow{OC}\right) \equiv \dfrac{\pi}{2}[2\pi]$

Ainsi le quadrilatère $OABC$ est un carré.

Problème : (11 pts)

I- On a $\forall x \in]0;+\infty[\,; g(x) = x^2 + x - 2 + 2\ln x$

0.25 pt **1 -** Vérifier que : $g(1) = 0$.

On a $\boxed{g(1) = 1^2 + 1 - 2 + 2\ln(1) = 2 - 2 = 0}$

1 pt **2 -** À partir du tableau de variations de la fonction g, montrons que :

$g(x) \leq 0$ pour tout $x \in]0;1]$ et que $g(x) \geq 0$ pour tout $x \in [1;+\infty[$

D'après le tableau de variations de g, on a g est strictement croissante sur $]0;+\infty[$, de plus $g(1) = 0$, alors :

$\boxed{\text{pour tout } x \in]0;1] \text{ on a } g(x) \leq 0}$ et $\boxed{\text{pour tout } x \in [1;+\infty[\text{ on a } g(x) \geq 0}$

II- On considère la fonction f définie sur $]0,+\infty[$ par : $f(x) = x + \left(1 - \frac{2}{x}\right)\ln x$

Soit (C) est la courbe représentative de f dans un repère orthonormé $(O;\vec{i};\vec{j})$ (unité $1cm$).

0.5 pt **1 -** Montrons que $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x>0}} f(x) = +\infty$ et interpréter géométriquement le résultat .

- On a $\boxed{\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x>0}} f(x) = \lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x>0}} x + \left(1 - \frac{2}{x}\right)\ln x = 0}$

Car $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x>0}} \left(1 - \frac{2}{x}\right) = -\infty$ et $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x>0}} \ln(x) = -\infty$

- **Interprétation :**

$\boxed{\text{la courbe } (C) \text{ admet à droite en 0 une asymptote verticale d'équation } x = 0.}$

0.25 pt **2 - a)** Montrons que : $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$.

- On a $\boxed{\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = \lim\limits_{x\to+\infty} x + \left(1 - \frac{2}{x}\right)\ln x = \lim\limits_{x\to+\infty} x\left(1 + \left(1 - \frac{2}{x}\right)\frac{\ln x}{x}\right) = +\infty}$

Car $\lim\limits_{x\to+\infty} \left(1 - \frac{2}{x}\right) = (1 - 0) = 1$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{\ln(x)}{x} = 0$

0.75 pt **b)** Montrons que la courbe (C) admet au voisinage de $+\infty$ une branche parabolique de direction asymptotique celle de la droite (D) d'équation $y = x$.

On a :

- $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$
- $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim\limits_{x\to+\infty} \frac{\left(x + \left(1 - \frac{2}{x}\right)\ln x\right)}{x} = \lim\limits_{x\to+\infty} \left(1 + \left(1 - \frac{2}{x}\right)\frac{\ln x}{x}\right) = 1$
- $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) - x = \lim\limits_{x\to+\infty} \left(1 - \frac{2}{x}\right)\ln x = +\infty$

Car $\lim\limits_{x\to+\infty} \ln x = +\infty$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{2}{x} = 0$

Ainsi la courbe (C) admet au voisinage de $+\infty$ une branche parabolique de direction asymptotique celle de la droite (D) d'équation $y = x$.

1 pt **3 - a)** Montrons que $f'(x) = \dfrac{g(x)}{x^2}$, pour tout x appartient à l'intervalle $]0, +\infty[$.

• Soit $x \in]0;+\infty[$, on a f est dérivable sur $]0;+\infty[$ de plus :

$$\begin{aligned} f'(x) &= \left(x + \left(1 - \frac{2}{x}\right)\ln x\right)' \\ &= 1 + \frac{2}{x^2}\ln x + \left(1 - \frac{2}{x}\right)\frac{1}{x} \\ &= 1 + \frac{2}{x^2}\ln x + \frac{1}{x} - \frac{2}{x^2} \\ &= \frac{x^2 + x - 2 + 2\ln x}{x^2} \\ &= \frac{g(x)}{x^2} \end{aligned}$$

0.75 pt **b)** Montrons que f est décroissante sur l'intervalle $]0;1]$ et croissante sur l'intervalle $[1;+\infty[$.

• On a $f(x) = \frac{g(x)}{x^2}$, donc le signe de f' est celui de g.

• D'après la question **I-2** on a $\forall x \in]0;1]; g(x) \leq 0$ et $\forall x \in [1;+\infty[; g(x) \geq 0$

Donc $\forall x \in]0;1]; f'(x) \leq 0$ et $\forall x \in [1;+\infty[; f'(x) \geq 0$

Ainsi f est décroissante sur l'intervalle $]0;1]$ et croissante sur l'intervalle $[1;+\infty[$

0.25 pt **c)** Dressons le tableau de variations de f sur l'intervalle $]0, +\infty[$.

x	0		1		$+\infty$
$f'(x)$	‖	$-$	0	$+$	
$f(x)$	‖ $+\infty$	↘	1	↗	$+\infty$

0.5 pt **4 - a)** Résolvons dans l'intervalle $]0, +\infty[$ l'équation : $(1 - \frac{2}{x})\ln x = 0$.

Soit $x > 0$, on a :

$$\begin{aligned} \left(1 - \frac{2}{x}\right)\ln x = 0 &\iff 1 - \frac{2}{x} = 0 \text{ ou } \ln x = 0 \\ &\iff \frac{x-2}{x} = 0 \text{ ou } x = e^0 \\ &\iff x = 2 \text{ ou } x = 1 \end{aligned}$$

D'où l'équation $\left(1 - \dfrac{2}{x}\right)\ln x = 0$ admet deux solutions dans $]0, +\infty[$ qui sont 1 et 2.

0.5 pt **b)** Déduisons que la courbe (C) coupe la droite (D) en deux points dont on déterminera les coordonnées. On a :

• $f(x) - x = \left(1 - \dfrac{2}{x}\right)\ln x$ D'où $f(x) - x = 0 \iff x = 2$ ou $x = 1$

Ainsi la courbe (C) coupe la droite (D) en deux points $A(1,1)$ et $B(2,2)$

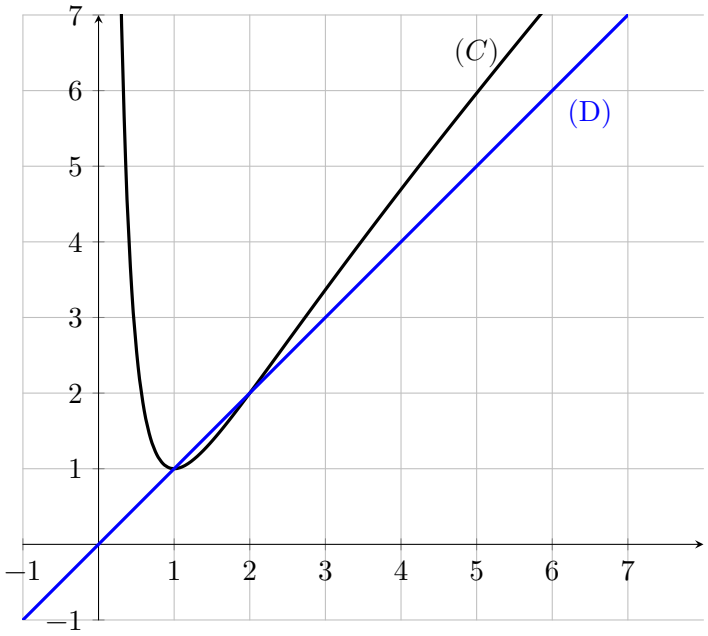
0.75 pt **c)** Montrons que $f(x) \leq x$ pour tout $x \in [1;2]$ et déduisons la position relative de la courbe (C) et la droite (D) sur l'intervalle $[1,2]$.

• On a $f(x) - x = \left(1 - \frac{2}{x}\right) \ln x$ le tableau de signe de $f(x) - x$ est :

x	0		1		2		$+\infty$
$1 - \frac{2}{x}$	‖	$-$		$-$	0	$+$	
$\ln x$	‖	$-$	0	$+$		$+$	
$f(x) - x$	‖	$+$	0	$-$	0	$+$	

Ainsi la courbe (C) est au dessous de la droite (D) sur l'intervalle $[1,2]$.

1 pt **5 -** Traçons sur le même repère $(O;\vec{i};\vec{j})$, la droite (D) et la courbe (C) (On admettra que la courbe (C) possède un seul point d'inflexion dont l'abscisse est comprise entre 2.4 et 2.5).



0.5 pt **6 - a)** Montrons que : $\int_1^2 \frac{\ln x}{x} dx = \frac{1}{2}(\ln 2)^2$.

On a :

$$\begin{aligned}
\int_1^2 \frac{\ln x}{x} dx &= \int_1^2 \ln'(x) \ln x dx \\
&= \int_1^2 \frac{1}{2} \left((\ln(x))^2\right)' dx \\
&= \left[\frac{1}{2} (\ln(x))^2\right]_1^2 \\
&= \frac{1}{2}(\ln 2)^2 - 0 \\
&= \frac{1}{2}(\ln 2)^2
\end{aligned}$$

D'où $\int_1^2 \frac{\ln x}{x}dx = \frac{1}{2}(\ln 2)^2$

0.25 pt **b)** Montrons que la fonction : $H : x \longrightarrow 2\ln x - x$ est une fonction primitive de la fonction $h : x \longrightarrow \frac{2}{x} - 1$ sur l'intervalle $]0, +\infty[$.

On a H est dérivable sur $]0, +\infty[$ (somme de fonctions dérivables) de plus :

$\forall x > 0; H'(x) = (2\ln x - x)' = 2\ln'(x) - 1 = \frac{2}{x} - 1$

Ainsi H est une fonction primitive de la fonction h sur $]0, +\infty[$.

0.5 pt **c)** Montrons, à l'aide une intégration par parties, que : $\int_1^2 \left(\frac{2}{x} - 1\right)\ln x dx = (1 - \ln 2)^2$.

On a :

$$\begin{aligned}
\int_1^2 \left(\frac{2}{x} - 1\right)\ln x dx &= \int_1^2 H'(x)\ln x dx \\
&= [H(x)\ln(x)]_1^2 - \int_1^2 H(x)\ln'(x)dx \\
&= H(2)\ln(2) - 0 - \int_1^2 H(x)\frac{1}{x}dx \\
&= (2\ln 2 - 2)\ln(2) - \int_1^2 \left(2\frac{\ln x}{x} - 1\right)dx \\
&= 2(\ln 2)^2 - 2\ln(2) - 2\int_1^2 \frac{\ln x}{x}dx + \int_1^2 1dx \\
&= 2(\ln 2)^2 - 2\ln(2) - 2\frac{1}{2}(\ln 2)^2 + [x]_1^2 \\
&= (\ln 2)^2 - 2\ln(2) + 1 \\
&= (1 - \ln 2)^2
\end{aligned}$$

Car d'après la question II-6-a on a $\int_1^2 \frac{\ln x}{x}dx = \frac{1}{2}(\ln 2)^2$

Ainsi $\int_1^2 \left(\frac{2}{x} - 1\right)\ln x dx = (1 - \ln 2)^2$

d) Calculons, en cm^2 , l'aire $\mathcal{A}$ du domaine plan limité par la courbe (C), la droite (D) et

0.5 pt les droites d'équations $x = 1$ et $x = 2$.

On a $\mathcal{A} = \int_1^2 |f(x) - x|\, dx \times 1cm^2$

D'après la question II-4-c on a $f(x) \leq x$ sur $[1; 2]$

Donc $|f(x) - x| = -(f(x) - x) = -\left(1 - \frac{2}{x}\right)\ln x = \left(\frac{2}{x} - 1\right)\ln x$

Alors $\mathcal{A} = \int_1^2 \left(\frac{2}{x} - 1\right)\ln x dx \times 1cm^2 = (1 - \ln 2)^2 cm^2$

III- On considère la suite numérique (u_n) définie par :

$$u_0 = \sqrt{3} \text{ et } u_{n+1} = f(u_n) \text{ pour tout entier naturel } n.$$

0.5 pt **1 -** Montrons par récurrence que $1 \leq u_n \leq 2$ pour tout entier naturel n.

- On a $u_0 = \sqrt{3}$, donc $1 \leq u_0 \leq 2$
- Soit $n \in \mathbb{N}$, supposons que $1 \leq u_n \leq 2$
- Montrons que $1 \leq u_{n+1} \leq 2$

On a $1 \leq u_n \leq 2$ est f strictement croissante sur $[1, 2]$

Donc $f(1) \leq f(u_n) \leq f(2)$

D'où $1 \leq u_{n+1} \leq 2$

Car $f(1) = 1, f(2) = 2$ et $f(U_n) = u_{n+1}$

Finalement $1 \leq u_n \leq 2$ pour tout entier naturel n.

0.5 pt **2 -** Montrons que la suite (u_n) est décroissante.

D'après la question II-4)c) $f(x) \leq x$ pour tout $x \in [1; 2]$

Or d'après la question précédente on a $\forall n \in \mathbb{N}; 1 \leq u_n \leq 2$

Donc $\forall n \in \mathbb{N}; f(u_n) \leq u_n$

D'où $\forall n \in \mathbb{N}; u_{n+1} \leq u_n$

Ainsi la suite (u_n) est décroissante

0.75 pt **3 -** Déduisons que la suite (u_n) est convergente puis déterminons sa limite.

On a f continue sur $I = [1, 2]$ et $f(I) \subset I$ et $u_0 \in I$

et comme la suite (u_n) est décroissante et minorée par 1

alors elle est convergente.

De plus sa limite est une solution de l'équation $f(x) = x$

Or d'après la question II-4-b $f(x) = x \iff x = 1$ ou $x = 2$

Or $\forall n \in \mathbb{N}; 1 \leq u_n \leq 2$ et (u_n) est décroissante

Alors $\lim u_n = 1$