| الصفحة 1 / 4 | الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا<br>الدورة الاستدراكية 2025<br>- الموضوع - | المملكة المغربية<br>وزارة التربية الوطنية والتعليم الأولي والرياضة<br>المركز الوطني للامتحانات المدرسية وتقييم التعلمات |
|---|---|---|
| Y** | LLLLLLLLLLLLLLLLLL-LLLLL RS - 22F | |

| المادة | | مدة الإنجاز |
|---|---|---|
| الشعبة المسلك | مسلك علوم الحياة والأرض ومسلك العلوم الفيزيائية (خيار فرنسية) | المعامل |
| | الرياضيات | 3h / 7 |

## INSTRUCTIONS GENERALES

- ✓ L'utilisation de la calculatrice non programmable est autorisée ;
- ✓ Le candidat peut traiter les exercices de l'épreuve suivant l'ordre qui lui convient ;
- ✓ L'utilisation de la couleur rouge lors de la rédaction des solutions est à éviter.

## COMPOSANTES DU SUJET

L'épreuve est composée de quatre exercices et un problème, indépendants entre eux et répartis suivant les domaines comme suit :

| | | |
|---|---|---|
| Exercice 1 | Suites numériques | 3 points |
| Exercice 2 | Géométrie dans l'espace | 3 points |
| Exercice 3 | Nombres complexes | 3.5 points |
| Exercice 4 | Calcul des probabilités | 2.5 points |
| Problème | Etude de fonctions numériques et calcul intégral | 8 points |

- ✓ On désigne par $\bar{z}$ le conjugué du nombre complexe $z$ et par $|z|$ son module.
- ✓ $ln$ désigne la fonction logarithme népérien.
- ✓ $e$ est le nombre réel tel que $ln(e)=1$.

## Exercice 1 (3 points) :

On considère la suite $(u_n)$ définie par : $u_0 = \frac{3}{2}$ et $u_{n+1} = \frac{3u_n + 2}{2 + u_n}$ , pour tout entier naturel $n$

0.25 1) a) Vérifier que $u_{n+1} = 3 - \frac{4}{2 + u_n}$, pour tout entier naturel $n$

0.5 b) Montrer par récurrence que $0 < u_n < 2$, pour tout entier naturel $n$

0.25 2) a) Montrer que $u_{n+1} - u_n = \frac{(1 + u_n)(2 - u_n)}{2 + u_n}$, pour tout entier naturel $n$

0.5 b) Montrer que la suite $(u_n)$ est croissante et en déduire que $(u_n)$ est convergente.

0.5 c) Montrer que $0 < 2 - u_{n+1} \leq \frac{2}{7}(2 - u_n)$, pour tout entier naturel $n$

0.5 d) Déduire que $0 < 2 - u_n \leq \frac{1}{2}\left(\frac{2}{7}\right)^n$ , pour tout entier naturel $n$

0.5 e) Déterminer la limite de la suite $(u_n)$

## Exercice 2 (3 points) :

Dans l'espace rapporté à un repère orthonormé direct $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$, on considère les points $A(0,3,3)$, $B(1,2,1)$, $C(2,3,1)$ et le vecteur $\vec{n}(1,-1,1)$. Soit $(P)$ le plan d'équation $x - y + z - 6 = 0$

0.5 1) a) Montrer que $\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC} = 2\vec{n}$ et déduire que les points $A$, $B$ et $C$ sont non alignés.

0.25 b) Montrer que les plans $(ABC)$ et $(P)$ sont parallèles.

2) Soit $(S)$ la sphère telle que : le plan $(ABC)$ est tangent à $(S)$ en $A$ et le plan $(P)$ est tangent à $(S)$ en un point $H$

0.5 a) Calculer la distance du point $A$ au plan $(P)$ et déduire que le rayon de la sphère $(S)$ est $\sqrt{3}$

0.25 b) Donner une représentation paramétrique de la droite $(\Delta)$ passant par $A$ et orthogonale au plan $(P)$

0.5 c) Montrer que les coordonnées du point $H$ sont $(2,1,5)$.

0.5 d) Montrer que $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 8z + 18 = 0$ est une équation cartésienne de la sphère $(S)$

0.5 3) Déterminer les deux points d'intersection de la droite $(BH)$ et la sphère $(S)$

## Exercice 3 (3.5 points)

Dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé direct $(O,\vec{u},\vec{v})$, on considère les points

$A$, $B$, $C$ et $D$ d'affixes respectives : $a=\dfrac{-\sqrt{3}+i}{2}$ , $b=\dfrac{1-i\sqrt{3}}{2}$ , $c=1+a$ et $d=\overline{c}$

0.5 1) Vérifier que $|a|=1$ et que $\arg(a)\equiv\dfrac{5\pi}{6}[2\pi]$

0.75 2) Vérifier que $\dfrac{c-d}{c-a}=i$ et déduire que le triangle $ACD$ est isocèle rectangle en $C$

0.5 3) a) Montrer que $d-a=1-i$ et que $b-d=\dfrac{\sqrt{3}-1}{2}(1-i)$

0.25 b) Déduire que les points $A$, $D$ et $B$ sont alignés.

4) Soit $R$ la transformation du plan qui transforme chaque point $M$ d'affixe $z$ en $M'$ d'affixe $z'$ tel que $z'=az$ .

0.5 a) Vérifier que $R$ est une rotation dont on déterminera le centre et l'angle.

0.5 b) Vérifier que $ad=c$ et déduire que $R(D)=C$

0.5 c) Montrer que $\arg(c)\equiv\dfrac{5\pi}{12}[2\pi]$

## Exercice 4 (2.5points)

Un sac contient 4 boules blanches et 3 boules noires. (Les boules sont indiscernables au toucher).
Un jeu consiste à tirer successivement et sans remise deux boules du sac.

Les règles du jeu sont comme suit :

- Si les deux boules tirées sont blanches, on note : +5 .
- Si les deux boules tirées sont noires, on note : -5.
- Si les deux boules tirées sont de couleurs différentes, on note : 0 .

On considère les évènements : $G$ « noter +5 » ; Z « noter 0 »

$N_1$ « La première boule tirée est noire » ; $B_2$ « la deuxième boule tirée est blanche »

0.5 1) a) Calculer $p(G)$, la probabilité de l'évènement $G$

0.5 b) Montrer que la probabilité de l'évènement $Z$ est $p(Z)=\dfrac{4}{7}$

0.5 2) a) Calculer la probabilité $p(N_1\cap B_2)$

0.5 b) Montrer que $p(B_2)=\dfrac{4}{7}$

0.5 c) Déduire la probabilité de « noter 0 » sachant que la deuxième boule tirée est blanche.

## Problème (8 points) :

On considère la fonction $f$ définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x)=x-1+\dfrac{4}{e^x+2}$

Soit $(\mathcal{C}_f)$ la courbe représentative de $f$ dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$.

0.5 1) Calculer $f(0)$ et $f(\ln 2)$

0.5 2) a) Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$

0.5 b) Vérifier que $\lim\limits_{x\to+\infty}\big(f(x)-(x-1)\big)=0$ puis interpréter géométriquement ce résultat.

0.25 3) a) Vérifier que pour tout $x\in\mathbb{R}$, $f(x)=x+1-\dfrac{2e^x}{e^x+2}$

0.5 b) Calculer $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{e^x}{e^x+2}$ puis déduire que la droite d'équation $y=x+1$ est une asymptote oblique à la courbe $(\mathcal{C}_f)$ au voisinage de $-\infty$

0.5 c) Montrer que pour tout $x\in\mathbb{R}$, $-1<f(x)-x<1$

0.5 4) a) Montrer que pour tout $x\in\mathbb{R}$ : $f'(x)=\dfrac{e^{2x}+4}{(e^x+2)^2}$

0.25 b) Déduire que la fonction $f$ est strictement croissante sur $\mathbb{R}$.

0.5 5) a) Montrer que pour tout $m\in\mathbb{R}$, l'équation $f(x)=m$ admet une solution unique dans $\mathbb{R}$

0.5 b) Soit $\alpha$ l'unique solution de l'équation $f(x)=0$

Vérifier que $-1<\alpha<0$ et montrer que $e^{\alpha}=\dfrac{2(1+\alpha)}{1-\alpha}$

0.5 6) a) Montrer que pour tout $x\in\mathbb{R}$ : $f''(x)=\dfrac{4e^x(e^x-2)}{(e^x+2)^3}$

0.25 b) Etudier le signe de $e^x-2$ sur $\mathbb{R}$.

0.5 c) Déduire que la courbe $(\mathcal{C}_f)$ admet un point d'inflexion que l'on déterminera.

0.5 d) Montrer que $y=\dfrac{1}{2}x+\dfrac{\ln 2}{2}$ est l'équation de la tangente à $(\mathcal{C}_f)$ au point d'abscisse $\ln 2$

0.75 7) Construire la courbe $(\mathcal{C}_f)$ dans le repère $(O,\vec{i},\vec{j})$.

0.5 8) a) Montrer que $\int_0^{\ln 2}\dfrac{1}{e^x+2}dx=\dfrac{1}{2}\ln\left(\dfrac{3}{2}\right)$

0.5 b) Calculer, en unité d'aire, l'aire de la partie du plan délimitée par la courbe $(\mathcal{C}_f)$, la droite d'équation $y=x-1$, l'axe des ordonnées et la droite d'équation $x=\ln 2$