# Calcul vectoriel dans le plan

Tronc commun scientifique • L'essentiel à savoir et à mobiliser

## 1. Vecteur : caractéristiques et égalité

Un vecteur se caractérise par sa **direction**, son **sens** et sa **norme**. $\vec{AB}$ va de $A$ vers $B$ et $\|\vec{AB}\| = AB$.
Opposé : $-\vec{AB} = \vec{BA}$. Vecteur nul : $\vec{AA} = \vec{0}$ et $\|\vec{0}\| = 0$.
**Égalité :** $\vec{u} = \vec{v}$ ssi même direction, même sens et même norme. Pour tout $A$ et vecteur $\vec{u}$, il existe un unique $M$ tel que $\vec{AM} = \vec{u}$.

## 2. Parallélogramme

Si $ABCD$ est un parallélogramme :

$$\vec{AB} = \vec{DC} \quad \text{et} \quad \vec{AD} = \vec{BC}.$$

Réciproquement, si $\vec{AB} = \vec{DC}$, alors $ABCD$ est un parallélogramme. Toujours vérifier l'ordre des sommets.

## 3. Addition et relation de Chasles

Pour tous points $A, B, C$ :

$$\boxed{\vec{AB} + \vec{BC} = \vec{AC}}.$$

On peut intercaler un point : $\vec{AC} = \vec{AB} + \vec{BC}$. Réduire les sommes bout à bout ; $\vec{AB} + \vec{BA} = \vec{0}$.
**Construction :** placer les vecteurs bout à bout. La somme va de l'origine du premier à l'extrémité du dernier. La diagonale du parallélogramme représente $\vec{u} + \vec{v}$.

## 4. Produit par un réel

Pour $k \in \mathbb{R}$ : $\|k\vec{u}\| = |k|\,\|\vec{u}\|$. Si $k > 0$, même sens ; si $k < 0$, sens opposé ; si $k = 0$, vecteur nul.
$k\vec{u}$ et $\vec{u}$ sont colinéaires. Le signe du réel détermine le sens ; sa valeur absolue multiplie la norme.

## 5. Colinéarité, alignement, parallélisme

$\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires ssi il existe $k \in \mathbb{R}$ tel que $\vec{u} = k\vec{v}$.
$A, B, C$ alignés ssi $\vec{AB}$ et $\vec{AC}$ sont colinéaires.
$(AB) \parallel (CD)$ ssi $\vec{AB}$ et $\vec{CD}$ sont colinéaires, avec $A \neq B$ et $C \neq D$.
**Méthode :** exprimer les deux vecteurs avec les mêmes vecteurs de référence, puis chercher un coefficient de proportionnalité.

## 6. Milieu et théorème des milieux

$I$ milieu de $[AB]$ ssi

$$\vec{AI} = \vec{IB} = \tfrac{1}{2}\vec{AB} \quad \text{ou} \quad \vec{IA} + \vec{IB} = \vec{0}.$$

Pour tout point $M$ : $\vec{MA} + \vec{MB} = 2\vec{MI}$.
Dans $ABC$, si $I, J$ sont milieux de $[AB]$ et $[AC]$ :

$$\boxed{\vec{IJ} = \tfrac{1}{2}\vec{BC}}.$$

Donc $(IJ) \parallel (BC)$ et $IJ = \tfrac{1}{2}BC$.

## Réflexe de démonstration

**1. Décomposer avec Chasles** ⟶ **2. Réécrire avec les mêmes vecteurs** ⟶ **3. Chercher un multiple** ⟶ **4. Conclure : alignement ou parallélisme.**