Devoir surveillé N°2 ⋆ Semestre 1

Exercice 1 (4 pts)

1) Montrer que :

$\left(3+\sqrt{13}\right)^2-\left(3-\sqrt{13}\right)^2=12\sqrt{13}$

$\left(2\sqrt{5}-5\right)\left(2\sqrt{5}+5\right)=-5$

$\dfrac{\dfrac{1}{1-\pi}-\dfrac{1}{1+\pi}}{1+\dfrac{1}{\pi^2-1}}=\dfrac{-2}{\pi}$

2) Déterminer $I\cap J$ et $I\cup J$ dans chaque cas :

$I=[-2;3]$ et $J=]-1;4]$; $I=[-3;+\infty[$ et $J=]-\infty;-4]$

3) Résoudre dans $\mathbb{R}$:

$|2x-1|<1$; $|6-2x|=3$; $|5-2x|\geqslant 1$; $|2x-3|=|x+1|$

Exercice 2 (4 pts)

Soient x et y deux réels tels que $2\leqslant x\leqslant 5$ et $-3\leqslant y\leqslant 4$.

1) Encadrer : $x+y$; $x-y$; xy ; y^2.

2) On suppose que $y>0$ et on pose $A=\dfrac{12x+10y}{3x+2y}$.

Montrer que $4<A<5$.

3) Soit $I=\left[-\dfrac{1}{2};\dfrac{3}{2}\right]$. Déterminer son centre c et son rayon r, puis, pour $t\in I$, encadrer $\dfrac{1}{t+2}$.

Exercice 3 (4 pts)

Soient a et b deux réels tels que $a\geqslant -2$; $b\leqslant -1$ et $a-b=6$.

1) Calculer $A=\sqrt{(a+2)^2}+\sqrt{(b+1)^2}$.

2) Montrer que $a\leqslant 5$ et $b\geqslant -8$.

3) Déterminer la valeur numérique de $B=|a+b-4|+|a+b+10|$.

Exercice 4 (3 pts)

On pose $a=2\sqrt{7}$ et $b=3\sqrt{3}$.

1) Calculer $(a-b)^2$.

2) Soit $A=\sqrt{55-12\sqrt{21}}$. Montrer que $A=2\sqrt{7}-3\sqrt{3}$.

3) On donne : $2{,}6<\sqrt{7}<2{,}7$ et $1{,}7<\sqrt{3}<1{,}8$.

Encadrer A puis déterminer son signe.

Exercice 5 (5 pts)

$ABCD$ est un parallélogramme de centre O ; J est un point tel que $\overrightarrow{AJ}=\dfrac{2}{3}\overrightarrow{AC}$. La parallèle à (DC) passant par J coupe (BC) en E et (AD) en F.

1) Construire la figure.

2) Montrer que $\overrightarrow{AF}=\dfrac{2}{3}\overrightarrow{AD}$ et $\overrightarrow{BE}=\dfrac{2}{3}\overrightarrow{BC}$.

3) On donne $AB=6$ cm. Calculer FJ puis en déduire JE.