Devoir surveillé N°2 ★ Semestre 1 ★ 2e sujet

Exercice 1 – Ordre (4 pts)

1) Montrer que :
$(\sqrt{7}-2)(\sqrt{7}+2)=3$; $\left(1+\sqrt{2}\right)^2+\left(1-\sqrt{2}\right)^2=6$; $\dfrac{1}{\sqrt{5}-2}-\dfrac{1}{\sqrt{5}+2}=4$

2) Déterminer $I\cap J$ et $I\cup J$ dans chaque cas :
$I=[-1;5[$ et $J=]2;7]$; $I=]-\infty;0]$ et $J=[-3;+\infty[$

3) Résoudre dans $\mathbb{R}$:
$|3x-2|\leqslant 4$; $|2x+5|>3$; $|x-4|=|2x+1|$

Exercice 2 – Ordre (3 pts)

1) Soient x et y deux réels tels que $1\leqslant x\leqslant 4$ et $-2\leqslant y\leqslant 3$.
Encadrer : $x+y$; $x-y$; xy ; $2x-3y$.

2) Soit $x\in[1;3]$. Montrer que $\dfrac{7}{2}\leqslant\dfrac{3x+5}{x+1}\leqslant 4$.

3) Écrire l'intervalle $[-3;5]$ sous la forme $|x-c|\leqslant r$.

Exercice 3 – Ordre (3 pts)

1) Comparer $3\sqrt{2}$ et $2\sqrt{5}$.

2) Soit x un réel tel que $-1\leqslant x\leqslant 2$.
Calculer $E=\sqrt{(x+1)^2}+\sqrt{(x-2)^2}$.

Exercice 4 – Projection (5 pts)

ABC est un triangle ; I est le milieu de $[AB]$. Soit p la projection sur (AC) parallèlement à (BC) ; on pose $J=p(I)$.

1) Déterminer $p(A)$ et $p(B)$.

2) Montrer que J est le milieu de $[AC]$.

3) Montrer que $\overrightarrow{IJ}=\dfrac{1}{2}\overrightarrow{BC}$.

4) Soient $N\in(AB)$ et $K\in(AC)$ tels que $\overrightarrow{AN}=\dfrac{1}{3}\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AK}=\dfrac{1}{3}\overrightarrow{AC}$. Montrer que $(NK)\parallel(BC)$.

Exercice 5 – Projection (5 pts)

$ABCD$ est un parallélogramme ; M est le point tel que $\overrightarrow{AM}=\dfrac{1}{3}\overrightarrow{AB}$. La parallèle à (BD) passant par M coupe (AD) en N.

1) Construire la figure.

2) Montrer que $\overrightarrow{AN}=\dfrac{1}{3}\overrightarrow{AD}$.

3) En déduire que $\overrightarrow{MN}=\dfrac{1}{3}\overrightarrow{BD}$. Calculer MN sachant que $BD=9$ cm.

4) Soit K le milieu de $[MN]$. Montrer que $\overrightarrow{AK}=\dfrac{1}{6}\overrightarrow{AC}$, puis que A, K et C sont alignés.